

CBS

Colegio Bautista Shalom



Física II

Cuarto BAELE

Segundo Bimestre

Contenidos

CINEMÁTICA

- ✓ MOVIMIENTO.
- ✓ RAPIDEZ Y VELOCIDAD.
 - RAPIDEZ.
 - RAPIDEZ INSTANTÁNEA.
 - RAPIDEZ PROMEDIO.
 - VELOCIDAD.
 - VELOCIDAD MEDIA.
 - VELOCIDAD INSTANTÁNEA.
- ✓ ACELERACIÓN.
- ✓ REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MOVIMIENTO.
- ✓ TRAZO DE VECTORES.
- ✓ MOVIMIENTO RECTILÍNEO.
 - MRU.
 - MRUV.

NOTA: conforme vayas avanzando en tu aprendizaje debes realizar uno de los ejercicios. Copia y desarrolla cada ejercicio en hojas blanco bond, realiza cada gráfica en hojas milimetradas y sigue las instrucciones de tu catedrático(a) para entregar.

CINEMÁTICA

Rama de la mecánica que se ocupa del estudio de las leyes del movimiento de los cuerpos, la cinemática proviene de la palabra *kinema* (que significa mover) es la parte de la mecánica que estudia el movimiento en sí. Su estudio sobre el movimiento es independiente a las causas que lo produzcan, es decir, la cinemática, se centra y limita a estudiar la trayectoria de un cuerpo en función del tiempo.

MOVIMIENTO

Es un fenómeno físico que se refiere a todo cambio de posición que los cuerpos en el espacio experimentan, con respecto al tiempo y a un punto de referencia, variando la distancia de dicho cuerpo respecto a ese punto o sistema de referencia; describiendo a su vez una trayectoria. Elementos a considerar en el movimiento:

1. **Movimiento:** es el cambio de posición que experimenta un cuerpo respecto a un sistema de referencia al transcurrir el tiempo.
2. **Posición Inicial y Final:** nos indica que el cuerpo es estudiado en determinados instantes, esto quiere decir que el movimiento del cuerpo posee diferentes posiciones a lo largo de la trayectoria.
3. **Trayectoria:** es la línea discontinua recta o curva que recorre el móvil durante su movimiento. Dicho de otra manera, es el camino que describe el móvil.
4. **Espacio:** denominado también recorrido, se denomina así a la longitud, valor o medida de la trayectoria.
5. **Vector Desplazamiento:** es un vector que nos une la posición inicial y final.
6. **Distancia:** es el valor o medida del vector de desplazamiento.
7. **Móvil:** es el cuerpo que realiza el movimiento.
8. **Velocidad:** es una magnitud vectorial que mide el espacio recorrido por el móvil en cada unidad de tiempo, su dirección es tangente a la trayectoria y su sentido es el mismo que el del movimiento del cuerpo. Se denomina rapidez al módulo de la velocidad. Su unidad en el SI es el m/s.
9. **Rapidez:** es el valor o medida de la velocidad.

RAPIDEZ Y VELOCIDAD

El empleo indistintamente de estos dos términos ha causado problemas y varias confusiones; así que es bueno saber que en las ciencias matemáticas y la física, cada uno posee su propio significado.

UNIDAD DE MEDIDA ENTRE SISTEMAS

SUM	MAG	MASA	TIEMPO
MKS	mts	Kg	S
CGS	cm	g	
PLS	pies	lb	

RAPIDEZ

La distancia recorrida por unidad de tiempo. En este sentido, la palabra "por" significa "dividido entre".

Un objeto en movimiento recorre una cierta distancia en un tiempo determinado. Es la razón de cambio a la que se recorre la distancia. Recuerda que la expresión razón de cambio indica que estamos dividiendo alguna cantidad entre el tiempo. La rapidez se mide siempre en términos de una unidad de distancia dividida entre una unidad de tiempo.

El guepardo es el animal terrestre más veloz para recorrer distancia de menos de 500 metros, y es capaz de alcanzar una rapidez máxima de 100 km/h. En períodos muy cortos alcanza 110 – 120 km/h corriendo. Cualquier combinación de unidades de distancia y de tiempo que sean útiles y convenientes son válidas para describir una rapidez. Millas por hora (mi/h), kilómetros por hora (km/h), centímetros por día (quizá la rapidez de un caracol) o años luz por siglo son todas ellas unidades válidas de rapidez.



La diagonal (/) se lee como "por". En este tema usaremos principalmente la unidad de metros por segundo (m/s).

Rapidez instantánea: En la gran mayoría de casos la rapidez de movimiento no es constante, es decir que la rapidez varía en el tiempo. La rapidez instantánea se refiere a la rapidez que en cada instante tiene un cuerpo en este tipo de movimientos.

No es tan fácil para algunos concebir que un cuerpo pueda moverse en un instante de tiempo, ya que obviamente para que exista movimiento debe de haber un cambio en su posición y por ende debe de transcurrir un cierto tiempo. Tienes como un buen ejemplo la imagen del ciclista. Ahora, si te tocara responder el siguiente cuestionamiento:

¿Se encontraba en movimiento el ciclista, al momento de haberle tomado la fotografía?

Qué responderías o como expresarías tu justificación de tu respuesta...

De forma indudable, la respuesta es Sí. Por tanto, el ciclista en ese instante de haber sido fotografiado poseía una rapidez.

La rapidez en un cierto instante de tiempo se refiere a la rapidez que posee un móvil en intervalos de tiempo muy pequeños (matemáticamente se dice que "tienden a cero") que se puede considerar que en dicho intervalo esta se mantiene constante. Como puedes observar en las siguientes imágenes basadas en la del ciclista.



La forma de encontrar la rapidez en un instante dado. Es el cociente entre un recorrido muy pequeño y el intervalo correspondiente de tiempo que, también es muy pequeño (el cociente de dos números pequeños no necesariamente es pequeño).

La rapidez instantánea se define así:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

No es más que el cociente de un diferencial de recorrido ds y un diferencial de tiempo. La expresión anterior es:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Ejemplo:

Un automóvil recorre una avenida a 50 km/h y reduce su velocidad a 0 km/h al querer virar hacia la izquierda, entonces el semáforo marca rojo. Aumentará al momento de arrancar de nuevo a 30 km/h a causa del tráfico.

Se puede saber la rapidez con la que el vehículo se desplaza en momentos instantáneos, observando el velocímetro.

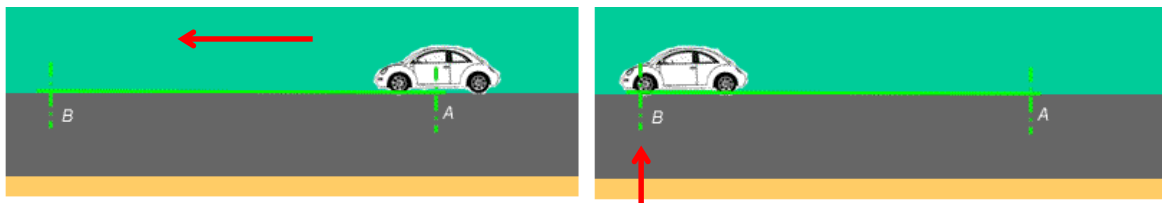
La rapidez en cualquier instante se conoce como rapidez instantánea.

Otro ejemplo:

Un auto que viaja a 50km/h puede quizá mantener esa rapidez durante un minuto. Si el auto continuara a esa rapidez durante una hora completa recorrería 50km.

Si la conservara sólo durante media hora recorrería únicamente la mitad de esa distancia, es decir, 25 km. En un minuto el auto recorrería menos de 1km.

Rapidez promedio: es la relación que existe entre la distancia total recorrida y el tiempo total en que ha recorrido esa distancia, es decir, el tiempo que ha empleado el móvil durante todo su viaje, sin tener en cuenta los detalles particulares del movimiento. Estos detalles: si aceleró, se detuvo o frenó.



El auto realiza un movimiento rectilíneo, desde una posición "A" a otra posición "B", recorriendo una distancia de 100 metros en un tiempo de 5 segundos.

La fórmula para realizar el cálculo de la rapidez promedio es:

$$s = \frac{d}{t}$$

$$s = \frac{100m}{5s}$$

$$s = 20m/s$$

Dónde:

s = rapidez promedio medida en **m/s**
d = distancia medida en **m**
t = tiempo medido en **s**

PROBLEMA DE APLICACIÓN. Durante una caminata desde su casa; Juan llega al parque, recorre una distancia de 50 metros y se tarda 25 segundos en llegar a dicho lugar.

Pregunta: ¿Cuál fue la rapidez promedio de Juan?

Solución:

- 1) es importante que leas detenidamente el problema.
- 2) identifica los datos (información que se proporciona)

- 3) identifica la incógnita (qué es lo que debes encontrar).
- 4) identifica qué fórmula debes emplear para averiguar el valor de la incógnita.

Tienes la distancia y el tiempo que son los datos. Entonces, deberás encontrar la rapidez promedio que es la incógnita.

$$\begin{aligned}s &=? \\ d &= 50m \\ t &= 25s\end{aligned}$$

La fórmula que te permita calcular la incógnita a partir de tus datos.

$$\begin{aligned}s &= \frac{d}{t} \\ s &= \frac{50m}{25s}\end{aligned}$$

Reemplaza los datos en el lugar que te indica la fórmula, incluyendo tanto el número como la unidad.

$$\begin{aligned}s &= \frac{d}{t} \\ s &= \frac{50m}{25s}\end{aligned}$$

Calcula el resultado numérico y escribe el número y unidad que corresponda a la magnitud buscada.

$$s = 2m/s$$

Ten en cuenta que no sólo 50 se divide por 25 con un resultado de 2, sino que también los m divididos por los s tienen como resultado m/s, que es la unidad correcta para la rapidez promedio.

Ahora, partiendo de la fórmula que se emplea para el cálculo de la rapidez pueden obtenerse nuevas fórmulas para encontrar el valor de otras magnitudes presentes en la fórmula original. Esto mediante despejes matemáticos que se demuestran a continuación:

$$s = \frac{d}{t}$$

A partir de la fórmula que te permite calcular la rapidez promedio de un cuerpo, pueden despejarse otras dos fórmulas.

Para calcular la distancia que un cuerpo recorre durante un cierto tiempo y sabiendo la rapidez promedio que posee el cuerpo, deberás utilizar la siguiente fórmula: $d = s \cdot t$ Dónde: d = distancia medida en m s = rapidez promedio medida en m/s t = tiempo medido en s	Para calcular el tiempo que tarda un cuerpo en recorrer una cierta distancia, sabiendo la rapidez promedio que posee el cuerpo, deberás utilizar la siguiente fórmula: $t = \frac{d}{s}$ Dónde: t = tiempo medido en s. s = rapidez promedio medida en m/s. d = distancia medida en m.
--	---

Por ejemplo:

Un automóvil se dirige del punto "A" hacia el punto "B" con una rapidez promedio de 2m/s y tarda en llegar 25s. Calcular la distancia que existe entre ambos puntos.

Solución:

Identificar los datos que el problema da y su incógnita.

$$\begin{aligned}s &= 2 \text{ m/s} \\ t &= 25 \text{ s} \\ d &= ?\end{aligned}$$

Elegir la fórmula que permite calcular la incógnita a partir de los datos:

$$d = s \cdot t$$

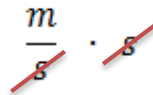
Reemplazar los datos en la fórmula:

$$d = 2\text{m/s} \cdot 25\text{s}$$

Calcular el resultado numérico y colocar la unidad en que se mide el tiempo:

$$d = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 25\text{s}$$

Tanto metros sobre segundo (m/s) como segundos (s) son un producto y por lo tanto segundo que divide a metros se va con segundos que multiplica (s).



Y queda metros (m) = unidad de medida de longitud.

$$d = 50\text{m}$$

La distancia que existe entre el punto "A" y el punto "B" es de 50 metros.

Otro ejemplo:

Michelle camina desde tu casa a la plaza que se encuentra a 50 m con una rapidez promedio de 2 m/s. ¿Cuánto tiempo tardarás en llegar a la plaza?

Lees el problema y extraes datos e incógnita:

$$\begin{aligned}s &= 2 \text{ m/s.} \\ d &= 50 \text{ m.} \\ t &= ?\end{aligned}$$

Eliges la fórmula que te permite calcular la incógnita a partir de tus datos:

$$t = \frac{d}{s}$$

Reemplazas los datos en la fórmula:

$$t = \frac{50\text{m}}{2\text{m/s}}$$

Metros (m) entre metros sobre segundo (m/s), se va metros con metros.

Se realiza el producto del numerador (este convertido en fracción también) con el denominador.

$$= \frac{m}{\frac{m}{s}}$$

$$= \frac{1}{\cancel{m}} \cdot \frac{\cancel{m}}{s}$$

$$= 1/s$$

Se calcula el resultado numérico y se coloca la unidad en que se mide el tiempo:

$$t = 25 \cdot 1/s$$

$$t = 25s$$

Michelle tardó 25 segundos en llegar a la plaza.

EJERCICIO 01. Resuelve los siguientes problemas de rapidez. Sigue las instrucciones de tu catedrático(a).

1. ¿Cuál de las siguientes medidas representa una rapidez?
 - a. 10 m
 - b. 2 s/m
 - c. 6 m/s
 - d. 3 m/s²
2. Una pelota rueda hacia la derecha siguiendo una trayectoria en línea recta de modo que recorre una distancia de 10 m en 5 s. Calcular la velocidad y la rapidez.
3. Un caballo en una carrera puede recorrer una distancia de 144 m en un tiempo de 8 s.
4. El hombre más rápido del mundo actualmente corre en 10 s, 100 m.
5. Una pelota rueda hacia la derecha siguiendo una trayectoria en línea recta de modo que recorre una distancia de 10 m en 5 s. Calcular la velocidad y la rapidez.
6. Una pelota se desplaza en línea recta y recorre una distancia de 10 m en 5 s ¿cuál es su rapidez?
7. Calcular cuál es la magnitud de la velocidad que posee un cuerpo que recorre una distancia de 135 m en 7 s hacia el SE.
8. Una ambulancia que se mueve con una velocidad de 120 km/h, necesita recorrer un tramo recto de 60 km. Calcula el tiempo necesario para que la ambulancia llegue a su destino.
9. Una abeja vuela en línea recta hacia el oeste durante 30 s. Si posee una velocidad de 15 m/s, calcular la distancia total recorrida por la abeja.
10. Una pelota se desplaza en línea recta y recorre una distancia de 10 m en 5 s ¿cuál es su rapidez?
11. Un objeto vuela con una rapidez de 150 m/s durante 60s, calcular la distancia que se desplaza durante ese tiempo
12. Un avión vuela en línea recta hacia el norte durante 15 min si lleva una velocidad de 700 km/h, ¿cuál es la distancia que recorre durante ese tiempo? Nota: se deben transformar los minutos a horas para poder tener unidades iguales en todos los datos.
13. Una pelota recorre 20 m hacia la derecha y luego 10 m hacia la izquierda, todo en un lapso de tiempo de 10 s, ¿cuál es su velocidad y rapidez? Recuerda, debes considerar la distancia total de todo el recorrido, es decir 30 m; $v = 1 \text{ m/s}$ hacia la derecha porque el vector del desplazamiento se dibuja desde el punto inicial hasta el punto final del recorrido, entonces la longitud es de 10 m hacia la derecha.
14. Calcular la distancia que recorre un tren durante 5 horas si la magnitud de su rapidez es de 120 km/h.
15. Calcular cuál es la magnitud de la velocidad que posee un cuerpo que recorre una distancia de 135 m en 7 s hacia el SE.

VELOCIDAD

La velocidad es la magnitud física que expresa y muestra cómo varía de posición un determinado objeto. Esto se determina teniendo en cuenta el tiempo, el sentido y la dirección del desplazamiento. Se dice que un cuerpo está en movimiento cuando ocupa sucesivamente posiciones distintas con respecto a otro que se considera como fijo. El cuerpo que se mueve se denomina móvil.

La velocidad (para fines de tu aprendizaje), según la duración del recorrido se clasifica en:

- Velocidad Media.** Esta muestra la velocidad en un determinado intervalo de tiempo y se calcula por medio de la división del desplazamiento por el tiempo que transcurrió.
- Velocidad Instantánea.** Por medio de esta se puede saber cuál es la velocidad de un determinado objeto que se mueve en un trayecto que se caracteriza por ser un período de tiempo sumamente corto, por lo que el espacio recorrido también lo será. Esto hace que represente tan sólo un punto de la trayectoria.
- Velocidad Relativa.** Esta se establece a partir de dos observadores y surge del valor de la velocidad de uno de los observadores que ha sido medida por el otro.

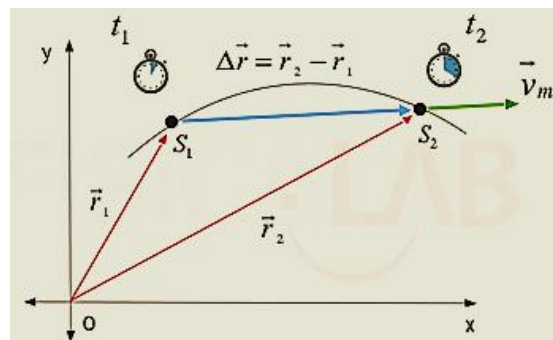
VELOCIDAD MEDIA

Se define la velocidad media de un cuerpo que se mueve entre dos puntos P1 y P2 como el cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo en que transcurre el desplazamiento.

Su expresión viene dada por:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

La velocidad media de un cuerpo (verde) es un vector que tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento (azul) y cuyo módulo es el cociente entre el módulo de dicho vector y el tiempo transcurrido.



Dónde:

$\vec{v}_m$ = vector velocidad media en el intervalo estudiado

$\Delta \vec{r}$ = vector desplazamiento en el intervalo estudiado

Δt = tiempo empleado por el cuerpo en realizar el movimiento

$\vec{r}_1, \vec{r}_2$ = vectores de posición de los puntos inicial P1 y final P2 del movimiento

t_1, t_2 = instantes de tiempo en los que el cuerpo se encuentra en los puntos inicial P1 y final respectivamente

VELOCIDAD INSTANTÁNEA

Es el límite de velocidad cuando el tiempo tiende a cero, tendremos la velocidad media más límite de cuando el tiempo tiende a cero nos queda derivada "x" respecto a "t".

Podemos calcular la posición para x donde podemos calcular la velocidad instantánea para $\vec{v} = v_0 \pm \vec{a}t$ cualquier instante dado.

En algunos casos encontraremos $t = (t - t_0)$ y el más o menos es por que pueda ser que este acelerando o desacelerando.

Ejemplo. Un automóvil parte de una posición cero, con velocidad inicial igual a cero, con una aceleración inicial de 1.5 m/s^2 , si recorre 25.05 m desde el punto de partida en un tiempo de 5.779 s y con una velocidad en ese instante de 8.67 m/s.

Entonces:

- determina la velocidad media del automóvil,
- comprueba la velocidad instantánea,
- comprueba la aceleración,
- comprueba el espacio recorrido.

Desarrollo del problema ejemplo:

En el siguiente problema necesitamos encontrar tres valores por lo tanto necesitamos mínimo tres expresiones que nos ayuden a encontrar esos valores, es decir que elementos necesitamos para determinar la velocidad media e instantánea, además que valores necesitamos para determinar la aceleración y el espacio recorrido. Mediante las

expresiones, Determinaremos la velocidad media, posteriormente la velocidad instantánea, luego procederemos a determinar la aceleración y por último el espacio recorrido, es importante seguir el orden por que tiene una coherencia de procedimientos.

Solución:

a) La velocidad media la podemos determinar mediante la siguiente expresión.

$$v_{med-x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Donde al ingresar los valores quedaría:

$$v_{med-x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25.05m}{5.779s} = 4.33m/s$$

En valor de la velocidad media será de 4.33m/s, el cambio de los valores no afecta la operación porque son cero el tiempo inicial y la posición inicial.

b) Para determinar la velocidad instantánea suponiendo que no la conocemos, necesitamos la siguiente expresión.

$$v_f = v_0 \pm at$$

Al sustituir valores en la ecuación anterior, tenemos que:

$$v_f = 0 + (1.5m/s^2)(5.779s) = 8.67m/s$$

Dónde:

v_f = Velocidad Final
 v_0 = Velocidad Inicial
 a = Aceleración
 t = Tiempo

La velocidad final o instantánea es de 8.67 m/s, se puede observar que es positiva la velocidad y es porque va en sentido (+x).

c) Para encontrar la aceleración en MRUA, utilizaremos la siguiente expresión, suponiendo que la aceleración no la conocemos.

$$v_f = v_0 + a(t - t_0)$$

Al sustituir los valores en la fórmula anterior, nos quedará lo siguiente:

$$8.67m/s = 0 + a(5.779s)$$

Ahora se realiza el despeje respecto a la incógnita "a" que, quedará de la siguiente forma:

$$8.67m/s = 0 + a(5.779s)$$

Pasa a dividir

$$a = \frac{8.67m/s}{5.779s}$$

$$a = 1.50m/s^2$$

Dónde:

Vf = Velocidad Final
 vo = Velocidad Inicial
 t = Tiempo final
 to = Tiempo Inicial
 a = Aceleración

La aceleración es de 1.50 m/s^2 , podemos encontrar la aceleración mediante la siguiente expresión que suele aparecer en los libros de texto.

Ahora:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

El resultado será el mismo: 1.50 m/s^2

d) Para comprobar el espacio recorrido; haciendo de cuenta que no lo conocemos la siguiente expresión:

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Ahora bien, sustituyendo valores en la ecuación anterior:

$$0 = 0 + 0 \cdot (5.779s) + \frac{1}{2} (1.5 \text{ m/s}^2) \cdot (5.779s)^2$$

Nos resulta:

$$e = 0 + 25.04m$$

$$e = 25.04 \text{ m}$$

El espacio recorrido es 25m, se debe tener cuidado en las multiplicaciones y sumas porque se puede hacer una operación equivocada y el resultado se erróneo, no se debe confundir espacio recorrido con posición, para calcular la posición en un instante es mediante el despeje para x de la velocidad instantánea y es:

La posición en un instante la podemos calcular mediante la expresión.

$$x = x_0 + v_x t$$

$$x = 25m + (4.33m/s)(5.779s)$$

Al operar el resultado será: 25m en un tiempo 5.779s, a una velocidad media de 4.33m/s.

Dónde:

v_x = Velocidad media en el eje x
 x_0 = Posición inicial
 t = Tiempo
 x = Posición Final

ACELERACIÓN

Es común que exista una confusión entre los conceptos de velocidad y aceleración. Ambas tienen relación, pero no son lo mismo. Algunos piensan que cuando un cuerpo se mueve con una gran velocidad, su aceleración también es grande; que si se mueve con velocidad pequeña es porque su aceleración es pequeña; y si su velocidad es cero, entonces su aceleración también debe valer cero. Este tipo de pensamiento se convierte en Error.

La aceleración relaciona los cambios de la velocidad con el tiempo en el que se producen, es decir que mide *cómo de rápidos son los cambios* de velocidad:

- Una aceleración grande significa que la velocidad cambia rápidamente.
- Una aceleración pequeña significa que la velocidad cambia lentamente.
- Una aceleración cero significa que la velocidad no cambia.

La aceleración nos dice *cómo cambia* la velocidad y *no cómo es* la velocidad. Por lo tanto un móvil puede tener un velocidad grande y una aceleración pequeña (o cero) y viceversa. En el caso de la velocidad, esta es una magnitud que contempla la rapidez de un móvil y su dirección. Estos cambios que se producen en la velocidad serán llamadas: *variaciones en la rapidez y/o en la dirección*.

Recuerda que: La aceleración es una magnitud vectorial que relaciona aquellos cambios en la velocidad con el tiempo que tardan en producirse. En otras palabras: un móvil acelerado mientras su velocidad cambia. En Física solemos distinguir ambos tipos de cambios con dos clases de aceleración: tangencial y normal.

- ✓ **Aceleración Tangencial:** para relacionar la variación de la rapidez con el tiempo.
- ✓ **Aceleración Centrípeta:** para relacionar los cambios de la dirección con el tiempo.

En caso de los movimientos rectilíneos y en los cuales no existe cambio de dirección, nos referiremos a la aceleración tangencial.

Debes recordar siempre que en caso el movimiento sea curvilíneo, se incluye la aceleración centrípeta (normal).

Comúnmente, al hablar de la aceleración, pues nos referimos a una aceleración tangencial y no obviamos que el móvil también acelera al cambiar su dirección, aunque su rapidez sea constante.

Una característica de los cuerpos acelerados es que recorren diferentes distancias en intervalos regulares de tiempo:

Intervalo	Rapidez media durante el intervalo	Distancia recorrida durante el intervalo	Distancia total (desde t = 0)
0 - 1 s	5 m/s	5 m	5 m
1 s - 2 s	15 m/s	15 m	20 m
2 s - 3 s	25 m/s	25 m	45 m
3 s - 4 s	35 m/s	35 m	80 m

¡Atención! Si observas detenidamente el recuadro anterior, al momento de ser diferente la rapidez media de cada intervalo, la distancia recorrida durante el mismo es también diferente. En la tabla anterior (de un movimiento de caída libre) puedes observar que la rapidez cambia por cada segundo 10 metros. Es decir, el cuerpo posee una aceleración de 10m/s por cada segundo esto sería.

$$a = 10\text{m/s}^2$$

Observa también: En cada uno de los intervalos es siempre el mismo (10 m/s/s), se trata de un movimiento de aceleración constante o uniformemente acelerado. La distancia total recorrida es directamente proporcional al cuadrado del tiempo. Observa que al cabo de 2 s la distancia total recorrida es cuatro (2²) veces la recorrida en el primer segundo; a los 3 s la distancia recorrida es nueve (3²) veces mayor que la del primer segundo y a los 4 s es 16 veces (4²) esa distancia.

Conclusión: Los cuerpos que se mueven con aceleración constante recorren distancias directamente proporcionales al cuadrado del tiempo. Para el cálculo de la velocidad tangencial se emplea la siguiente fórmula:

$$a = \frac{\Delta \text{velocidad}}{\text{tiempo}} = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Empleándola podrás calcular el cambio medio de rapidez en el intervalo de tiempo deseado.

Para conocer la aceleración instantánea se puede utilizar la misma aproximación que hicimos para el caso de la velocidad instantánea: tomar un intervalo muy pequeño y suponer que la aceleración media en él equivale a la aceleración instantánea.

La dirección de la vector aceleración depende de dos cosas:

- ✓ de que la rapidez esté aumentando o disminuyendo
- ✓ de que el cuerpo se mueva en la dirección + o - .

En conclusión:

- ✓ Si un móvil está disminuyendo su rapidez (está frenando), entonces su aceleración va en el sentido contrario al movimiento.
- ✓ Si un móvil aumenta su rapidez, la aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad.
- ✓ Si la velocidad y la aceleración van en el mismo sentido (ambas son positivas o ambas negativas) el móvil aumenta su rapidez.
- ✓ Si la velocidad y la aceleración van en sentidos contrarios (tienen signos opuestos), el móvil disminuye su rapidez.

EJERCICIO 02. Desarrolla y resuelve los siguientes problemas de velocidad y aceleración.

1. Si un cuerpo se mueve según la siguiente ecuación:

$$\vec{r}(t) = (4 \cdot t + t^2) \cdot \vec{i} + 4 \cdot t \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Calcula su velocidad instantánea en el instante $t = 1\text{s}$.

2. La **posición** de cierta partícula depende del tiempo según la ecuación $x(t)=t^2-5t+1.2$, donde x se expresa en metros y t en segundos. Se pide:

- a) Determinar el desplazamiento y velocidad media durante el intervalo $3,0\text{s} \leq t \leq 4.0 \text{ s}$.
- b) Hallar la fórmula general para el desplazamiento durante el intervalo entre t y $t + \Delta t$.
- c) Hallar la velocidad instantánea para cualquier tiempo t haciendo el límite cuando Δt tiende a 0.

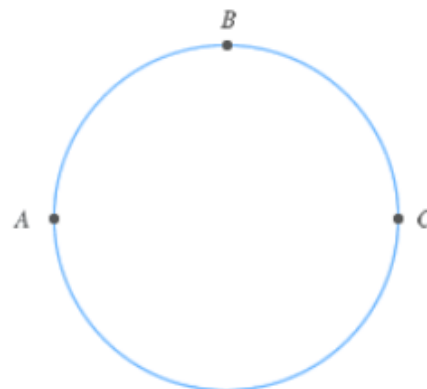
3. Sabiendo que la luna tarda 28 días en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra, calcula la celeridad media de la misma.

Dato: Considera la trayectoria de la Tierra como una circunferencia circular de radio 384000 Km.

4. Un móvil se encuentra en una pista circular como la de la figura.

Sabiendo que el radio de la pista es de 80 metros, calcula:

- a) La celeridad media entre el punto A y el punto B si el cuerpo tarda 13 segundos en ir desde uno hasta otro.
- b) La celeridad media entre el punto A y el C si el ciclista tarda 26 segundos en ir desde uno hasta otro.
- c) La celeridad media entre el punto A y el C si el ciclista tarda 13 segundos en ir desde uno hasta otro.



5. Un móvil describe una trayectoria circular completa de radio 4 metros en un intervalo de tiempo de 1,5 segundos. Calcula:

- a) La celeridad media.
- b) La velocidad media.

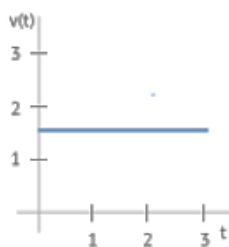
6. Sabiendo que el espacio que recorre un cuerpo en función del tiempo viene dado por la siguiente ecuación:

$$S(t) = t^2 + 5 \cdot t + 1$$

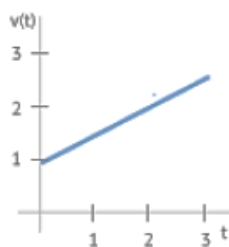
Calcula:

- a) La celeridad media durante los 3 primeros segundos.
- b) La celeridad instantánea del cuerpo.

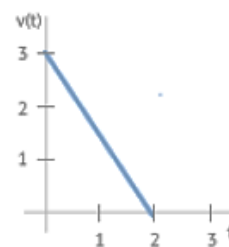
7. Dadas las siguientes gráficas que muestran la variación del módulo de la velocidad a lo largo del tiempo de 3 móviles distintos, responde a las siguientes preguntas:



caso I



caso II



caso III

- ¿Qué caso es el que tiene una variación del módulo de la velocidad más rápida?
 - ¿Qué representa la pendiente en cada uno de los 3 casos?
 - ¿Por qué la recta en el caso I es horizontal?
 - En el caso I, ¿existe la posibilidad de que el cuerpo esté experimentando una aceleración?
8. Un jugador de baloncesto lanza la pelota con una velocidad de $\vec{v}_1 = -2 \cdot \vec{i} + \vec{j} \text{ m/s}$, con tan mala suerte que rebota en el tablero con una velocidad $\vec{v}_2 = 15 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} \text{ m/s}$. Calcula la aceleración media sabiendo que el impacto contra el tablero dura exactamente 0.02 segundos.
9. Un ciclista marcha por una región donde hay muchas subidas y bajadas. En las cuestas arriba lleva una velocidad constante de 5 km/h y en las cuestas debajo de 20 km/h. Calcular:
- ¿Cuál es su velocidad media si las subidas y bajadas tienen la misma longitud?
 - ¿Cuál es su velocidad media si emplea el mismo tiempo en las subidas que en las bajadas?
 - ¿Cuál es su velocidad media si emplea doble tiempo en las subidas que en las bajadas?
10. Un automóvil parte de una posición cero, con velocidad inicial igual a cero, con una aceleración inicial de 1.5 m/s^2 , si al recorrer 25.05m desde el punto de partida en un tiempo de 5.779 s y con una velocidad en ese instante de 8.67 m/s.
- Determinar la velocidad media del automóvil.
 - comprobar la velocidad instantánea.
11. Se ha determinado que $s(t) = 60t^2 + t$ es la expresión que representa la distancia a que se encuentra cierta clase de halcón que viaja en línea recta desde su punto de partida (la expresión solo es válida para las primeras dos horas de vuelo). La distancia $s(t)$ esta medida en kilómetros y el tiempo en horas.
- ¿Cuál es la velocidad instantánea a los 90min (1.5 hrs)?
 - ¿Cuál es la velocidad instantánea del halcón al cabo de 0.5 hrs, 1 hr y 2hrs?
12. Se lanza un objeto desde el suelo hacia arriba a una velocidad inicial de 121m/seg. Se sabe que la distancia que recorre dicho objeto desde su punto de partida a los t segundos es: $s(t) = 121t - 11t^2$
- ¿Cuál es la expresión para obtener la velocidad del objeto en cualquier instante?
 - ¿Cuál es la velocidad instantánea a los dos segundos?
 - ¿Cuál es la velocidad del objeto en 0.5s, 1.9s y 2.8s?
13. Si una lancha recorrió 375 kilómetros a una velocidad constante en un tiempo de 5 horas. ¿Cuál fue la velocidad de la lancha?
- 25 km/h.
 - 75 km/h.
 - 36 km/h.
 - 85 km/h.

14. ¿Cuánto tiempo tardara un camión en recorrer 150 kilómetros si lleva una velocidad constante de 45 km/h?

- a) 36 horas.
- b) 2.5 horas.
- c) 65 horas.
- d) 3.3 horas.

15. ¿Cuál es la velocidad de la gravedad?

- a) 9.8 m/s
- b) 98 m/s
- c) 1.57 m/s
- d) Siempre es cero

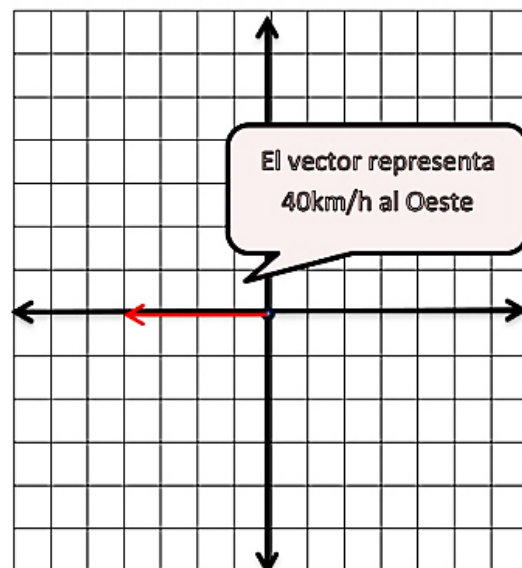
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MOVIMIENTO

Dentro del tema movimiento se trabaja con cantidades que pueden representar vectores en un plano cartesiano, por lo que es de gran importancia proporcionarte una breve explicación de ¿cómo? realizar la representación gráfica de las magnitudes del movimiento.

Ejemplo. Tenemos una velocidad de 40 km por hora con dirección oeste.

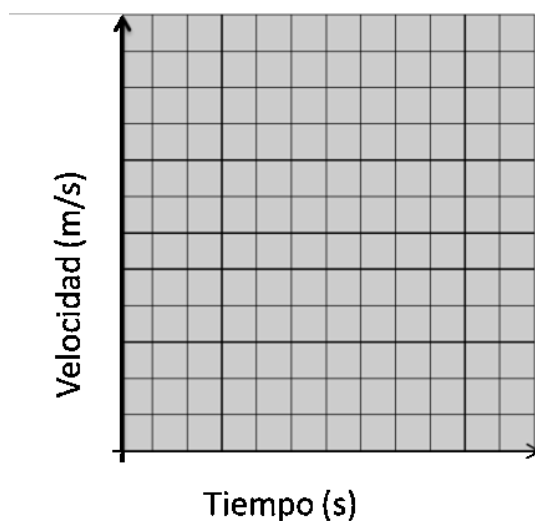
Entonces:

- ✓ Primero establecemos una escala: 10km: 1u (cuando empleas papel cuadriculado).
- ✓ Ubicamos el Oeste, según la rosa de los vientos, para así ubicar el vector con la longitud que obtuvimos de la escala.



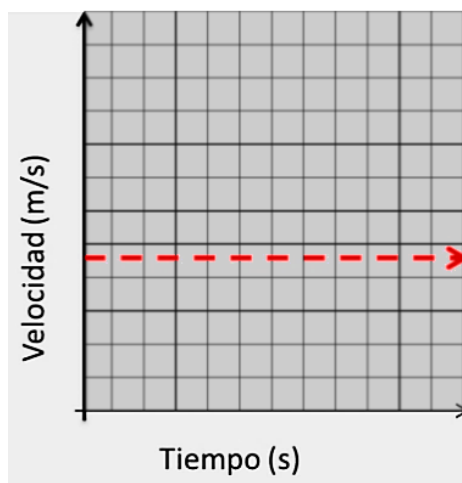
TRAZO DE VECTORES

Al momento de realizar una gráfica en relación al movimiento podemos relacionar la **velocidad** del móvil y el tiempo transcurrido, es decir, realizar una gráfica **velocidad-tiempo**. En donde la velocidad esté en el eje de las "x" y el tiempo en el eje de las "y"; siendo esta una representación de la aceleración. Como se muestra en la imagen:



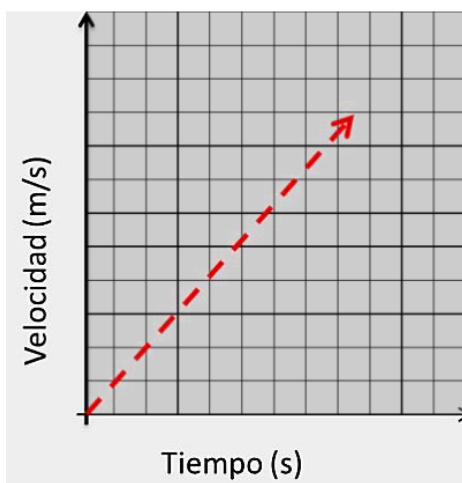
Gráfica: velocidad-tiempo

Ahora bien, en el movimiento rectilíneo uniforme, es decir, aquel movimiento en donde la velocidad es constante, representado en una gráfica velocidad-tiempo, obtendríamos una recta horizontal como la siguiente:



Gráfica: Recta que describe el movimiento rectilíneo uniforme en una gráfica velocidad-tiempo

Pero en el caso que tengamos un movimiento con aceleración constante, la forma de la gráfica será la siguiente:



Recta que describe el movimiento con aceleración constante en una gráfica velocidad-tiempo

Como puedes notar, saber interpretar las gráficas es muy útil, ya que con una sola mirada, puedes saber mucho sobre el movimiento de un cuerpo, eso considerando solo las gráficas de este tipo.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Los movimientos rectilíneos, **que siguen una línea recta**, son los movimientos más sencillos. Movimientos más complicados pueden ser estudiados como la composición de movimientos rectilíneos elementales. Tal es el caso, por ejemplo, de los movimientos de proyectiles.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) fue definido, por primera vez, por Galileo en los siguientes términos:

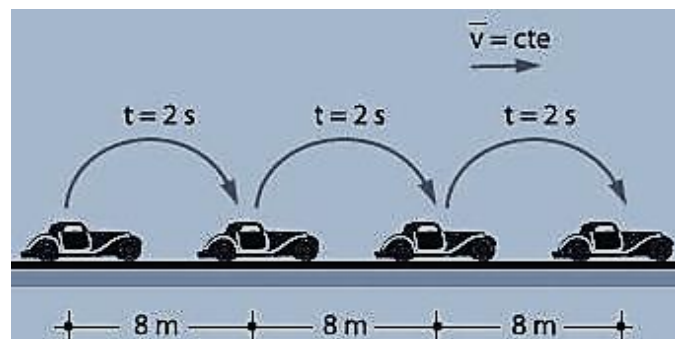
"Por movimiento igual o uniforme entiendo aquél en el que los espacios recorridos por un móvil en tiempos iguales, tómense como se tomen, resultan iguales entre sí".

Es decir, un movimiento de velocidad " v " constante.

El movimiento rectilíneo uniforme se caracteriza por:

- ✓ Movimiento que se realiza en una sola dirección en el eje horizontal.
- ✓ Velocidad constante; implica magnitud, sentido y dirección inalterables.
- ✓ La magnitud de la velocidad recibe el nombre de rapidez. Este movimiento no presenta aceleración (aceleración = 0).

En esta ilustración, el móvil recorre 8 metros cada 2 segundos y se mantiene constante.



Fórmulas empleadas en el Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Distancia	Tiempo	Velocidad
$d = v \cdot t$	$t = \frac{d}{v}$	$v = \frac{d}{t}$

Ejemplo. Un automóvil se desplaza con una rapidez de 30 m por segundo, con movimiento rectilíneo uniforme. Calcula la distancia que recorrerá en 12 segundos.

Identifica de los datos dados: $v = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ $t = 12 \text{ seg}$ $d = x$

Aplica la fórmula conocida: $t = \frac{d}{v} \Rightarrow d = v \cdot t$

Y reemplaza con los datos conocidos en la fórmula: $d = v \cdot t = 30 \frac{\text{m}}{\text{seg}} \cdot 12 \text{ seg} = 360 \text{ m}$

¿Qué se hizo para resolver el problema ejemplo? Para calcular la distancia (incógnita del problema) se multiplica la rapidez por el tiempo, simplificando la unidad de medida de tiempo "segundos" nos queda el resultado final en metros recorridos en 12 segundos los 360 metros.

EJERCICIO 03: a continuación se te presentaran problemas de MRU. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques. Desarróllalos en hojas aparte y entrega a tu catedrático.

1. El automóvil de la figura se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme ¿cuánto demorará en recorrer 258 kilómetros si se mueve con una rapidez de 86 kilómetros por hora?
2. ¿Con qué rapidez se desplaza un móvil que recorre 774 metros en 59 segundos?
3. Los dos automóviles de la figura parten desde un mismo punto, con movimiento rectilíneo uniforme. El amarillo (móvil A) se desplaza hacia el norte a 90 km por hora, y el rojo (móvil B), hacia el sur a 80 km por hora. Calcular la distancia que los separa al cabo de 2 horas.
4. El corredor de la figura trota de un extremo a otro de la pista en línea recta 300 m en 2,5 min., luego se devuelve y trota 100 m hacia el punto de partida en otro minuto. Preguntas: ¿Cuál es la rapidez promedio del atleta al recorrer ambas distancias? ¿Cuál es la rapidez media del atleta al recorrer los 400 metros?
5. Un barco recorre la distancia que separa Gran Canaria de Tenerife (90 km) en 6 horas. ¿Cuál es la velocidad del barco en km/h? ¿Y en m/s?
6. ¿Cuánto tiempo tardaré en completar la distancia de una maratón (42 km) si corro a una velocidad media de 15 km/h?
7. Un avión vuela a una velocidad de 900 km/h. Si tarda en viajar desde Canarias hasta la península 2 horas y media, ¿qué distancia recorre en ese tiempo?
8. El record del mundo de 100 metros lisos está de 9 segundos. ¿Cuál es la velocidad media del atleta? Exprésala en km/h.

9. Un coche se mueve durante 30 minutos a 40 km/h; después se mueve a 60 km/h durante la siguiente hora. Finalmente durante 15 minutos circula a 20 km/h. ¿Qué distancia total habrá recorrido? Calcula la distancia en cada tramo.
10. Calcula la velocidad que recorre un corredor que va a una velocidad de 5 m/s durante un cuarto de hora.
11. Calcula el tiempo que tarda en llegar a la Tierra la luz del Sol si viaja a 300.000 km/s sabiendo que la distancia del Sol a la Tierra es de 150.000.000 km. Exprésalo en minutos.
12. Calcula las velocidades medias en km/h y m/s de cada una de las siguientes situaciones:
 - 12.1 Una persona que camina 20 km en 4 horas.
 - 12.2 Una gacela que recorre 10 km en 6 minutos.
 - 12.3 Un atleta que recorre 100 metros en 11 segundos.
13. Dibuja la gráfica del movimiento de una persona que camina a 4 km/h durante 15 minutos.
14. Realiza la gráfica s-t de un móvil que describe el siguiente movimiento: Durante los dos primeros segundos se desplaza a una velocidad de 2 m/s; Los siguientes 4 segundos permanece parado. Después de la parada vuelve al sitio del que ha salido tardando 4 segundos.
15. Un avión se mueve en línea recta a una velocidad constante de 400 km/h durante 1,5 h de su recorrido. ¿Qué distancia recorrió en ese tiempo?

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME VARIADO/ACELERADO (MRUV)

Es un movimiento rectilíneo con aceleración constante, y distinta de cero.

Una bola que rueda por un plano inclinado o una piedra que cae en el vacío desde lo alto de un edificio son cuerpos que se mueven ganando velocidad con el tiempo de un modo aproximadamente uniforme; es decir, con una aceleración constante. Este es el significado del movimiento uniformemente acelerado, el cual "en tiempos iguales, adquiere iguales incrementos de rapidez". En el MRUV el tipo de movimiento sobre la partícula u objeto actúa una fuerza externa o interna.

La velocidad es variable; ningún momento permanece constante, en este caso la aceleración es la única que es constante. Entonces, aceleración es la variación de la velocidad con respecto al tiempo. Este pudiendo ser un cambio en la magnitud (rapidez), en la dirección o en ambos.

A continuación, las variables que entran en juego con sus respectivas unidades de medida al momento de estudiar el MRUV.

Las variables que entran en juego (con sus respectivas unidades de medida) al estudiar este tipo de movimiento son:

Velocidad inicial	$V_o = (m/s)$
Velocidad final	$V_r = (m/s)$
Aceleración	$a = (m/s^2)$
Tiempo	$t = (s)$
Distancia	$d = (m)$

Para realizar los cálculos que permitan resolver problemas usaremos las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned}
 v_f &= v_o + a \cdot t & t &= \frac{v_f - v_o}{a} \\
 a &= \frac{v_f - v_o}{t} & d &= v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2
 \end{aligned}$$

Solución de problemas:

- ✓ Obtener los valores numéricos de tres de las cinco variables.
- ✓ Definir la ecuación que refleje esas tres variables.
- ✓ Despejar y resolver numéricamente la variable desconocida.

Por ejemplo:

Un móvil que parte del reposo = significa que su velocidad inicial es $V_0 = 0$.

En una prueba de frenado del móvil hasta parar = es decir, que su velocidad es $V_f = 0$.

En dirección hacia el sur, un tren viaja inicialmente a 16 m/s; si recibe una aceleración constante de 2 m/s². ¿Qué tan lejos llegará al cabo de 20 s.? ¿Cuál será su velocidad final en el mismo tiempo?

Veamos los datos que tenemos:

$$\begin{array}{ll} v_0 = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} & t = 20 \text{ s} \\ a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & d = x_1 \\ & v_f = x_2 \end{array}$$

Conocemos tres de las cinco variables; entonces, apliquemos las fórmulas. Averigüemos primero la distancia que recorrerá durante los 20 segundos:

$$\begin{aligned} d &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \\ d &= 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ s} + \frac{1}{2} \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (20 \text{ s})^2 \\ d &= 320 \text{ m} + \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 400 \text{ s}^2 \right) \\ d &= 320 \text{ m} + 400 \text{ m} \\ d &= 720 \text{ m} \end{aligned}$$

Conozcamos ahora la velocidad final del tren, transcurridos los 20 segundos:

$$\begin{aligned} v_f &= v_0 + a \cdot t \\ v_f &= 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ s} \right) \\ v_f &= 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 40 \text{ m} \\ v_f &= 56 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Respuestas: Si nuestro tren, que viaja a 16 m/s, es acelerado a 2 m/s recorrerá 720 metros durante 20 segundos y alcanzará una velocidad de 56 m/s.

EJERCICIO 04: a continuación, se te presentaran problemas de MRUV. Lee detenidamente cada uno y analiza, encuentra el valor de cada incógnita que identifiques. Desarrollalos en hojas aparte y entrega a tu catedrático.

- Un cuerpo se mueve, partiendo del reposo, con una aceleración constante de 8 m/s².
Calcular:
 - La velocidad que tiene al cabo de 5 s,
 - La distancia recorrida, desde el reposo, en los primeros 5 s.
- La velocidad de un vehículo aumenta uniformemente desde 15 km/h hasta 60 km/h en 20 s.
Calcular:
 - La velocidad media en km/h y en m/s,
 - La aceleración,

- c) La distancia, en metros, recorrida durante este tiempo.

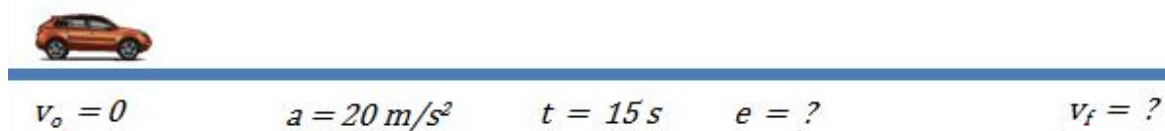
Recuerde que para transformar de km/h a m/s hay que dividir por 3.6.

3. Un vehículo que marcha a una velocidad de 15 m/s aumenta su velocidad a razón de 1 m/s cada segundo. Calcular:
- La distancia recorrida en 6 s.
 - Si disminuye su velocidad a razón de 1 m/s cada segundo, calcular la distancia recorrida en 6 s y el tiempo que tardará en detenerse.
4. Un ciclista comienza su paseo matutino y al cabo de 10 segundos su velocidad es de 7.2 km/h. En ese instante ve aproximarse un perro y comienza a frenar durante 6 segundos hasta que la bicicleta se detiene. Calcular:
- La aceleración hasta que comienza a frenar.
 - La aceleración con la que frena la bicicleta.
 - El espacio total recorrido.
5. Un automóvil que marcha a una velocidad de 45 km/h, aplica los frenos y al cabo de 5 s su velocidad se ha reducido a 15 km/h. Calcular:
- La aceleración
 - La distancia recorrida durante los cinco segundos.
6. ¿Cuánto tiempo tardará un automóvil en alcanzar una velocidad de 60 km/h, si parte del reposo con una aceleración de 20 km/h²?



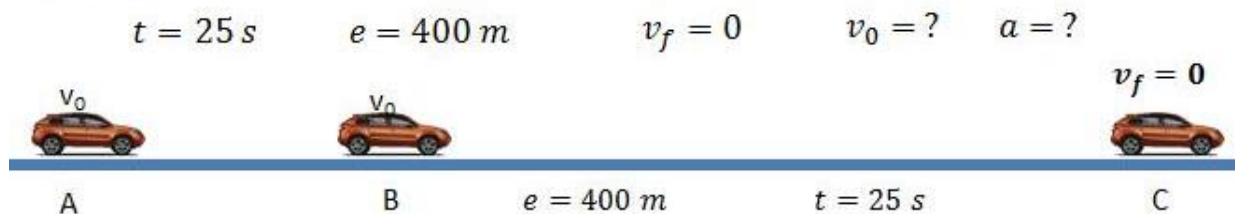
7. Un móvil parte del reposo con una aceleración de 20 m/s² constante. Calcular:

- ¿Qué velocidad tendrá después de 15s?
- ¿Qué espacio recorrió en esos 15s?



8. Un móvil que se desplaza con velocidad constante aplica los frenos durante 25s y recorre 400m hasta detenerse. Calcular:

- La velocidad del móvil antes de aplicar los frenos.
- La desaceleración que produjeron los frenos.



9. Un auto parte del reposo, a los 5s tiene una velocidad de 90 km/h, si su aceleración es constante. Calcular:
- La aceleración.
 - El espacio recorrido en los 5s.
 - La velocidad que tendrá en 11s.

				
$v_o = 0$	$t = 5 \text{ s}$	$e = ?$	$a = ?$	$v_f = 25 \text{ m/s}$
				
$v_o = 0$	$t = 11 \text{ s}$	$e = ?$	$a = ?$	$v_f = ?$
				
$v_o = 0$	$t = 5 \text{ s}$	$e = ?$	$a = ?$	$v_f = 25 \text{ m/s}$
				
$v_o = 0$	$t = 11 \text{ s}$	$e = ?$	$a = 5 \text{ m/s}^2$	$v_f = ?$

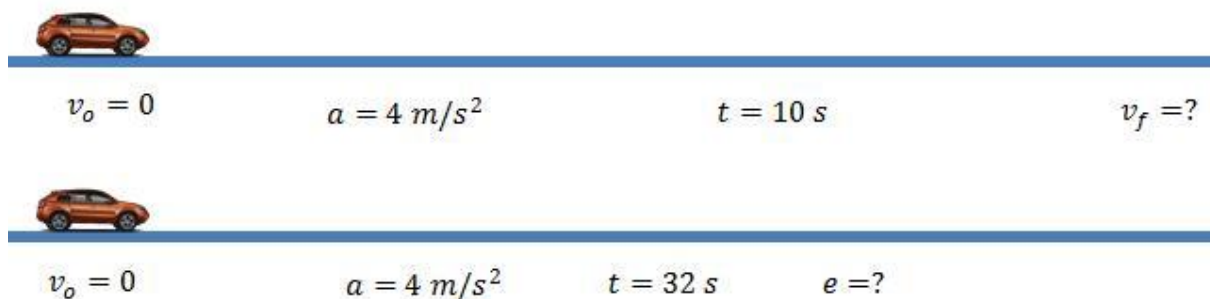
10. Un auto parte del reposo y tarda 10s en recorrer 20m. ¿Qué tiempo necesitará para alcanzar 40 km/h?

				
$v_o = 0$	$t = 10 \text{ s}$	$e = 20 \text{ m}$	$a = ?$	
				
$v_o = 0$		$a = ?$		$v_f = 40 \text{ km/h}$

11. Un móvil se desplaza con MRUV partiendo del reposo con una aceleración de 51840 km/h^2 , calcular:

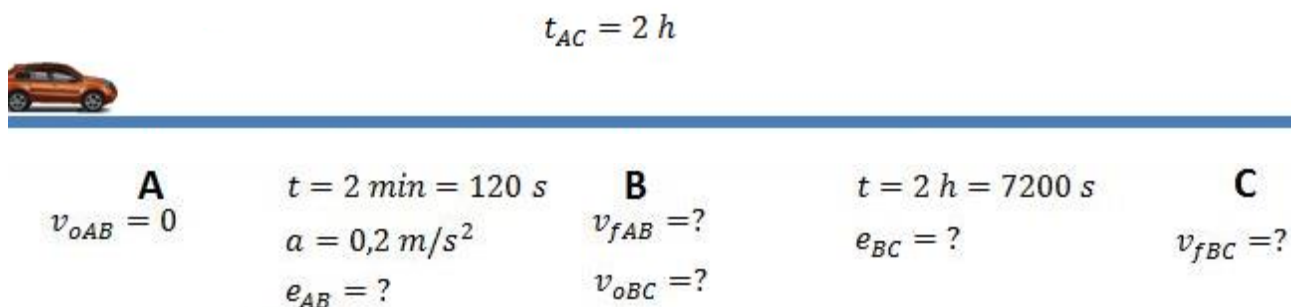
- ¿Qué velocidad tendrá a los 10s?
- ¿Qué distancia habrá recorrido a los 32s de la partida?

				
$v_o = 0$	$a = 4 \text{ m/s}^2$	$t = 10 \text{ s}$		$v_f = ?$
				
$v_o = 0$	$a = 4 \text{ m/s}^2$	$t = 32 \text{ s}$	$e = ?$	

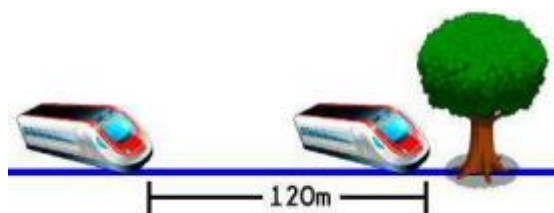


12. Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de $0,2 \text{ m/s}^2$, transcurridos 2 minutos deja de acelerar y sigue con velocidad constante, determinar:

- a. ¿Cuántos km recorrió en los 2 primeros minutos?
b. ¿Qué distancia habrá recorrido a las 2 horas de la partida?



13. ¿En cuánto tiempo con desaceleración uniforme se detiene un tren justo delante de un árbol, si va a 30 m/s ? Tener en cuenta el siguiente gráfico:



14. Un auto parte del reposo con una aceleración de 6 m/s^2 . Hallar la distancia que recorre al segundo 4.
15. Un corredor espera completar la carrera de 10 000 metros en 30 minutos. Después de 27 min, corriendo a velocidad constante, todavía le falta por recorrer 1100m. Calcular el tiempo que debe acelerar a $0,2 \text{ m/s}^2$ a partir de los 27 minutos para llegar a tiempo.
16. Una moto parte del reposo, y en 2s consecutivos recorre 26m y 30m. Hallar el segundo en el que recorre la distancia de 46m.
17. Por un punto A, pasa un auto con velocidad constante de 20 m/s . Luego de 2 segundos, parte del mismo punto A un tanque con aceleración constante de 2 m/s^2 . Calcular el tiempo de alcance y la velocidad de cada móvil en ese instante.
18. Hallar la distancia recorrida por un móvil en su último segundo de movimiento, sabiendo que desacelera con 4 m/s^2 .
19. Un tren avanza a 60 m/s , y desacelera uniformemente. Después de 5 segundos, ha disminuido su velocidad hasta 40 m/s , ¿en cuánto tiempo más llegará a 10 m/s ?
20. Un avión triplica su velocidad luego de haber volado 24m en 6s. Hallar su aceleración.

INFORMACIÓN INCLUIDA EN (LA VERSIÓN ANTERIOR DE) ESTE DOCUMENTO EDUCATIVO TOMADA DE:**Sitios web:**

1. http://www.educaplus.org/movi/2_5velocidad.html
2. <https://cienciasecu.blogspot.com/p/ejercicios-resueltos-de-velocidad.html>
3. <https://www.fisicalab.com/apartado/velocidad-media#ejercicios>
4. <https://web.ua.es/es/cursos-cero/documentos/-gestadm/cinematica-ejercicios.pdf>
5. <https://www.fisicalab.com/apartado/velocidad-instantanea#ejercicios>
6. <http://ccnnfisica1.weebly.com/velocidad-media-e-instantanea.html>
7. https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/calc/calc1/calculo/U3_Velocidad.es.pdf
8. <http://www.3djuegos.com/comunidad-foros/tema/38115076/0/clase-2-problemas-de-rapidez-y-velocidad/>
9. <http://www.cam.educaciondigital.net/fisica/ejemplos/ejemplos.htm>
10. <https://es.scribd.com/document/166583791/Problemas-Resueltos-de-Velocidad-y-Rapidez>
11. http://www.physicstutorials.org/pt/es/6-La_rapidez_y_la_velocidad
12. https://www.fisicanet.com.ar/fisica/cinematica/tp02_mru.php
13. <http://claretmatematica.weebly.com/repasando-fisica-1deg---problemas-resueltos-mruv.html>
14. <http://matemovil.com/wp-content/uploads/2015/03/MRUV-Problemas-propuestos-PDF.pdf>